

Dirección Xeral de Formación Profesional e
Ensinanzas Especiais

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Ex.; Matemáticas
Unidade didáctica	Nº 5. Estatística e probabilidade
Actividade	Nº 2. Probabilidade
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD05_A02_Probabilidade.RTF

Índice

1.	Ficha técnica	3
1.1	Título	3
1.2	Obxectivos	3
1.3	Contidos.....	3
1.4	Aspectos metodolóxicos.....	3
1.5	Descrición do que se vai aprender	3
2.	Descrición da actividade	4
1.6	Introdución	4
	Sucesos aleatorios	4
	Experimento aleatorio; espazo mostral; sucesos ..	4
	Probabilidade	4
	Concepto de probabilidade	4
	Regra de Laplace	5
1.7	Tarefas.....	5
1.7.1	Tarefa 1: Distinguir experimentos que son aleatorios de outros que non o son	6
	Exercicio 1.1 (a distancia)	6
	Autoavaliación	6
1.7.2	Tarefa 2: Identificar os sucesos elementais dun experimento aleatorio, escribir o espazo mostral e describir calquera suceso	6
	Exercicio 2.1 (presencial)	6
	Autoavaliación	6
	Exercicio 2.2 (a distancia)	7
	Autoavaliación	7
	Exercicio 2.3 (a distancia)	7
	Autoavaliación	7
1.7.3	Tarefa 3: Calcular probabilidades aplicando a Regra de Laplace	8
	Exercicio 3.1 (presencial)	8
	Autoavaliación	8
	Exercicio 3.2 (presencial)	8
	Autoavaliación	8
	Exercicio 3.3 (a distancia)	9
	Autoavaliación	9
	Exercicio 3.4 (a distancia)	9
	Autoavaliación	9
	Exercicio 3.5 (presencial)	10
	Autoavaliación	10
	Exercicio 3.6 (a distancia)	11
	Autoavaliación	11

1. Ficha técnica

1.1 Título

- Título: Probabilidade
- Descrición: recoñecer todos os posibles resultados dun experimento aleatorio; describir sucesos dun experimento aleatorio e asignarlles a probabilidade de que se verifiquen utilizando a Regra de Laplace.
- Nome do arquivo da actividade: UD05_A02_Probabilidade.RTF

1.2 Obxectivos

- Distinguir experimentos aleatorios de outros que non o son.
- Identificar os sucesos elementais dun experimento aleatorio, escribir o espazo mostral e describir calquera suceso.
- Calcular probabilidades aplicando a Regra de Laplace

1.3 Contidos

- Experimento aleatorio; espazo mostral; sucesos.
- Regra de Laplace.

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Temporalización: cinco horas.

1.5 Descrición do que se vai aprender

Nesta actividade aprenderá a recoñecer cando un experimento é aleatorio e a escribir o conxunto de todos os posibles resultados dun experimento aleatorio que se chama espazo mostral. Tamén aprenderá a describir sucesos dun experimento aleatorio e a saber cando se verifican. Por último (o máis importante), aprenderá a asignarlle a cada suceso dun experimento aleatorio a súa probabilidade aplicando unha sinxela fórmula, coñecida como Regra de Laplace.


2. Descrición da actividade

1.6 Introducción

Sucesos aleatorios

Experimento aleatorio; espazo mostral; sucesos

Un experimento aleatorio é aquel no que non podemos saber, antes de realizalo, o resultado que imos obter porque dependen do azar (casualidade ou sorte). O que si que coñecemos de antemán é o conxunto de todos os seus posibles resultados, pero non cal deles se producirá nunha experiencia concreta.

 Tarefa 1: Distinguir experimentos que son aleatorios de outros que non o son.

Suceso elemental dun experimento aleatorio é cada un dos posibles resultados dese experimento.

Espazo mostral dun experimento aleatorio é o conxunto de todos os seus sucesos elementais; é dicir, o conxunto de todos os posibles resultados dese experimento aleatorio. Representase coa letra E .

Suceso dun experimento aleatorio é calquera subconxunto do espazo mostral E . Os sucesos désígnanse con letras maiúsculas: A, B, C , etc.


Os sucesos pódense describir de dous xeitos:

- 1) Por comprensión: é dicir, dando unha propiedade que os caracterice.
- 2) Por enumeración: é dicir, enumerando, entre chaves, todos os sucesos elementais que o compoñen.

Dise que un suceso A se realiza ou se verifica cando ao realizar o experimento aleatorio obtemos algún suceso elemental de A .

Suceso seguro: é o que se verifica sempre; coincide co espazo mostral E .

Suceso imposible: é o que non se verifica nunca; désígnase polo símbolo \emptyset (baleiro).

 Tarefa 2: Identificar os sucesos elementais dun experimento aleatorio, escribir o espazo mostral e describir calquera suceso.

Probabilidade

Concepto de probabilidade

Imaxine que lanza ao aire unha moeda 100 veces e vai anotando os resultados obtidos. Semella razoable pensar que obterá unhas 50 veces cara e outras 50 veces cruz, xa que tan do-

ado é obter cara como obter cruz. É dicir: a frecuencia relativa do suceso cara será aproximadamente $\frac{1}{2}$ e a do suceso cruz tamén.

A probabilidade dun suceso defínese como un número, que se asigna sen realizar o experimento aleatorio, e que nos mide a facilidade ou dificultade de que se verifique o dito suceso. Este número está comprendido entre 0 e 1.

A probabilidade dun suceso A desígnase por $P(A)$.

- Vale 0 para o suceso imposible; é dicir $P(\emptyset) = 0$
- Vale 1 para o suceso seguro; é dicir $P(E) = 1$
- Para os demais sucesos toma valores intermedios entre 0 e 1. Se a probabilidade dun suceso é próxima a 0, é pouco probable que ocorra ese suceso; se a probabilidade dun suceso é próxima a 1, é moi probable que se verifique ese suceso.
- Os sucesos que teñen a mesma probabilidade de saír chámanse equiprobables.

Regra de Laplace

Se un experimento aleatorio ten n sucesos elementais e todos eles son equiprobables, a probabilidade de cada un deles é $\frac{1}{n}$, xa que cada suceso elemental aparece unha de cada n veces.

Consideremos un suceso A dese experimento aleatorio con k sucesos elementais.

Entón a probabilidade de A é:

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{número de casos favorables á realización do suceso } A}{\text{número total de casos posibles}}$$

Esta fórmula coñécese co nome de Regra de Laplace.

 Tarefa 3: Cálculo de probabilidades aplicando a regra de Laplace

1.7 Tarefas

- Tarefa 1: Distinguir experimentos que son aleatorios doutros que non o son.
- Tarefa 2: Identificar os sucesos elementais dun experimento aleatorio, escribir o espazo mostral e describir calquera suceso.
- Tarefa 3: Calcular probabilidades aplicando a Regra de Laplace

1.7.1 Tarefa 1: Distinguir experimentos que son aleatorios de outros que non o son

Exercicio 1.1 (a distancia)

Razoe se os seguintes experimentos son aleatorios ou non:

- a) Lanzar un dado ao aire e observar o resultado obtido.
- b) Lanzar unha pedra ao aire e observar se cae.
- c) Lanzar dúas moedas ao aire e observar o resultado obtido.
- d) Sacar ao chou unha carta da barralla española e anotar o resultado.

Autoavaliación

Son aleatorios os experimentos dos apartados a), c) e d), porque en ningún deles podemos saber o resultado concreto que imos obter antes de realizalos, aínda que si coñecemos o conxunto de todos os posibles resultados.

A experiencia do apartado b) non é aleatoria, pois antes de lanzar unha pedra ao aire xa sabemos o que vai ocorrer: sabemos que caerá ao chan porque este experimento está suxeito á lei física da gravidade e, xa que logo, non depende do azar.

1.7.2 Tarefa 2: Identificar os sucesos elementais dun experimento aleatorio, escribir o espazo mostral e describir calquera suceso

Exercicio 2.1 (presencial)

Indique os sucesos elementais e o espazo mostral dos seguintes experimentos aleatorios:

- a) Lanzar un dado ao aire.
- b) Lanzar unha moeda ao aire.
- c) Lanzar dúas moedas ao aire.

Autoavaliación

- a) Lanzar un dado ao aire.

Sucesos elementais: 1, 2, 3, 4, 5, 6

Espazo mostral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- b) Lanzar unha moeda ao aire.

Sucesos elementais: cara (C) e cruz (X)

Espazo mostral $E = \{C, X\}$

- c) Lanzar dúas moedas ao aire.

Sucesos elementais: CC, CX, XC, XX

Onde designamos: CC: saír dúas caras.

CX: saír cara na primeira moeda e cruz na segunda.

XC: saír cruz na primeira moeda e cara na segunda.

XX: saír dúas cruces.

Espazo mostral $E = \{CC, CX, XC, XX\}$

Exercicio 2.2 (a distancia)

Indica algúns exemplos de sucesos dos seguintes experimentos aleatorios:

- Lanzar un dado ao aire.
- Lanzar dúas moedas ao aire.

Autoavaliación

- Lanzar un dado ao aire.

Son exemplos de sucesos os seguintes:

A = saír un número par = $\{2, 4, 6\}$. Este suceso verificase cando ao lanzarmos un dado ao aire obteñamos de resultado un 2, un 4 ou un 6.

B = saír menos de 3 = $\{1, 2\}$. Para que este suceso se verifique temos que obter un 1 ou un 2 ao lanzarmos un dado ao aire.

C = saír 4 ou máis de 4 = $\{4, 5, 6\}$

- Lanzar dúas moedas ao aire.

Algúns exemplos de sucesos son os seguintes:

A = saír dúas caras = $\{CC\}$

B = saír dúas cruces = $\{XX\}$

C = saír unha cara e unha cruz = $\{CX, XC\}$

Exercicio 2.3 (a distancia)

No experimento aleatorio “lanzar un dado ao aire”, indique cal é o suceso seguro e poña algúns exemplos de sucesos imposibles.

Autoavaliación

Ao lanzarmos un dado é seguro que imos obter un 1 ou un 2 ou un 3 ou un 4 ou un 5 ou un 6 ; o suceso seguro é, pois, o espazo mostral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Son exemplos de sucesos imposibles obter un 7, obter unha cara, obter dous cincos, etc., pois ningún destes resultados forma parte de E. Todos estes serían o suceso \emptyset .

Extracción condicional do resultado da segunda. Neste caso, os sucesos A e B son dependentes.

1.7.3 Tarefa 3: Calcular probabilidades aplicando a Regra de Laplace

Exercicio 3.1 (presencial)

Calcule a probabilidade de que ao lanzarmos un dado ao aire obteñamos cada un dos seguintes sucesos:

- a) A = obtermos un número impar.
- b) B = obtermos un 5.
- c) C = obtermos un número maior de 3.

Autoavaliación

Formamos o espazo mostral $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ que ten seis sucesos elementais (casos posibles).

- a) A = obtermos un número impar = $\{1, 3, 5\}$ ten tres sucesos elementais (casos favorables á realización do suceso A).

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- b) B = obtermos un 5 = $\{5\}$ ten un suceso elemental.

$$P(B) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{6}$$

- c) C = obtermos un número maior de 3 = $\{4, 5, 6\}$ ten tres sucesos elementais.

$$P(C) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exercicio 3.2 (presencial)

Ache a probabilidade de que ao lanzarmos dúas moedas ao aire saian os seguintes sucesos:

- a) A = obtermos dúas caras.
- b) B = obtermos dúas cruces.
- c) C = obtermos unha cara e unha cruz.

Autoavaliación

Designamos:

C: saír cara.

X: saír cruz.

O espazo mostral asociado ao experimento aleatorio é $E = \{CC, CX, XC, XX\}$, que ten catro sucesos elementais ou casos posibles.

- a) A = obtermos dúas caras = $\{CC\}$ ten un suceso elemental.

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{4}$$

b) B = obtermos dúas cruces = {XX} ten un suceso elemental.

$$P(B) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{4}$$

c) C = obtermos unha cara e unha cruz = {CX, XC} ten dous sucesos elementais.

$$P(C) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Exercicio 3.3 (a distancia)

Ache a probabilidade de que ao lanzarmos tres moedas ao aire saian os seguintes sucesos:

a) A = tres caras.

b) B = dúas caras e unha cruz.

Autoavaliación

E = {CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX} ten oito sucesos elementais que son os casos posibles.

a) A = tres caras = {CCC}. Hai un só caso favorable á realización do suceso A.

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{8}$$

b) B = dúas caras e unha cruz = {CCX, CXC, XCC} ten tres sucesos elementais.

$$P(B) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{8}$$

Exercicio 3.4 (a distancia)

Sacamos unha carta da baralla española (40 cartas). Ache a probabilidade de que:

a) Sexa de copas.

b) Sexa un cabalo.

c) Sexa unha figura.

d) Non sexa unha figura.

Autoavaliación

O espazo mostral E está formado polas 40 cartas da baralla, polo que hai 40 casos posibles.

Número de copas = 10.

Número de cabalos = 4.

Número de figuras (sotas, cabalos e reis) = 12.

Número de cartas que non son figuras = $40 - 12 = 28$.

$$a) P(\text{sexa copas}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

$$b) P(\text{sexa cabalo}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

$$c) P(\text{sexa unha figura}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

$$d) P(\text{non sexa figura}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$$

Exercicio 3.5 (presencial)

Calcule a probabilidade de que ao lanzarmos dous dados ao aire saian:

- Dous números que sumen un número par.
- Dous números que sumen máis de 7.
- Dous números que sumen exactamente 9.

Autoavaliación

Designando, por exemplo, como 13 o suceso elemental que consiste en obter un 1 no primeiro dado e un 3 no segundo dado, temos que:

$E = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$ ten 36 sucesos elementais.

a) Remarcamos en letra destacada os casos nos que obtemos suma par: $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$; vemos que son 18 casos favorables a obter suma par; xa que logo:

$$P(\text{dous números que sumen un número par}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

b) Sinalamos en letra destacada os casos nos que obtemos suma maior de 7: $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$. Temos 15 casos favorables a obter suma maior de 7.

$$P(\text{suma maior de 7}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

c) Os casos en que obtemos suma igual a 9 son os sinalados en letra destacada: $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$

$$P(\text{dous números que sumen exactamente 9}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

Exercicio 3.6 (a distancia)

Lánzase unha moeda e un dado ao aire. Obteña as probabilidades de obter:

- a) Unha cara e un número par.
- b) Unha cruz e un número par.

Autoavaliación

Representamos:

C = obter cara.

X = obter cruz.

Temos que o espazo mostral é $E = \{(C,1), (C,2), (C,3), (C,4), (C,5), (C,6), (X,1), (X,2), (X,3), (X,4), (X,5), (X,6)\}$

- a) Os resultados posibles son 12.

Os casos nos que obtemos cara e número par son (C,2), (C,4), (C,6).

$$P(\text{obter cara e número par}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

- b) Os casos posibles son 12

Os casos favorables a obter cruz e número par son: (X,2), (X,4), (X,6).

$$P(\text{obter cruz e número par}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$